

**Ejercicios de Análisis Matemático I**  
**Desigualdades. Principio de inducción matemática.**

1. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica la desigualdad

$$\frac{1-2x}{x^2-4} > \frac{1}{2}.$$

2. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que

$$|x-6|(1+|x-3|) \geq 1.$$

3. Calcula para qué valores de  $x \in \mathbb{R}$  se verifica que

$$\left| \frac{x^3-5}{x^2-2x-3} \right| \leq 1.$$

4. Prueba que cualesquiera sean los números reales positivos  $a > 0$  y  $b > 0$  se verifica que

$$\frac{a}{2(a+b)\sqrt{b}} < \frac{1}{\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{a+b}}.$$

5. Prueba, usando el principio de inducción matemática, que para todo  $n \in \mathbb{N}$  se verifican las desigualdades siguientes:

$$\sqrt{n} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 2\sqrt{n}$$

6. Prueba, usando el principio de inducción matemática, que para todo  $n \in \mathbb{N}$  se verifican las desigualdades siguientes:

$$\frac{1}{2\sqrt{n}} \leq \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)} \leq \frac{1}{\sqrt{1+3n}}$$